群知能最適化手法を用いた 分布型流出モデルのパラメーター同定 PARAMETER IDENTIFICATION OF DISTRIBUTED RUNOFF MODEL USING THE PARTICLE SWARM OPTIMIZATION METHOD

小槻峻司¹ · 田中賢治² · 小尻利治³ · 浜口俊雄⁴ Shunji KOTSUKI, Kenji TANAKA, Toshiharu KOJIRI and Toshio HAMAGUCHI

1学生会員 京都大学大学院 工学研究科都市社会工学専攻(〒615-8530 京都市西京区京都大学桂)
 2正会員 博(工) 京都大学 防災研究所 准教授(〒611-0011 宇治市五ヶ庄)
 3正会員 博(工) 京都大学 防災研究所 教授(〒611-0011 宇治市五ヶ庄)
 4正会員 博(農) 京都大学 防災研究所 助教(〒611-0011 宇治市五ヶ庄)

In this paper, the particle swarm optimization (PSO) is applied into automatic parameter calibration process of a distributed runoff model. As distributed runoff models require long simulation time compared with general optimization problems, the number of particles and repeat computation times should be selected property. We conducted sensitivity experiments for the number of particles and found that the PSO has to be applied in following conditions: i) to set the number of particles more than 100 in the case of calibrating about five parameters, ii) to conduct repeat computations about 25 times. Analyzed river discharge using identified parameters shows good agreement with the observed one.

Key Words: PSO, Parameter Identification, Distributed Runoff Model

1. はじめに

現在,治水・利水などを目的に,広く降雨流出モデル が用いられている.その中で,物理的根拠は乏しいが基 底流出の特性を良好に再現する応答モデルとして,概念 モデルも良く用いられている.概念モデルは,物理型モ デルと比較して計算が簡易であるがその反面,流出パラ メーターを決定するためのパラメーター同定が必要な点 が欠点としてあげられる.概念モデルのパラメーターは, 経験的な値やトライアンドエラー方式で決定される事が 多い.そこで,客観的指標から自動的に同定する事を目 的として,パラメーターの同定問題を非線形の最適化問 題に置き換え,既存の最適化手法を用いてパラメーター を推定することが広く行われている.

最適化手法には、多点探索によって局所解の問題に対 処できる大域的探索法がよく用いられている。例えば、 遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm: GA¹⁾)を用 いた研究や(田中丸²⁾など), Duanらによって提案され たShuffled complex evolution method (SCE-UA法³⁾)を用い た研究(田中丸²⁾;多田⁴⁾など),進化戦略(Evolution Strategy: ES)を用いた研究(藤原⁵⁾など)が報告され ている. 多田⁴⁾は, 群知能最適化手法PSO (Particle Swarm Optimization)⁶⁰を用いてパラメーター同定を行い, SCE-UAを用いた場合と比較して良好な結果を得ている.

本研究では、PSOを用いて分布型流出モデルのパラ メーター同定を行い、計算回数に重きを置いた実験と考 察を行う.多田⁴は、集中型タンクモデルのパラメー ター同定に最適化手法を適用したが、分布型モデルに適 用する場合、一回当たりの計算負荷を考慮する必要があ る.計算負荷が低いタンクモデルと異なり、膨大な計算 を実行不可能なためである.PSO手法では、粒子数や繰 り返し計算回数が同定時間に直接影響するが、既往研究 では、その点については十分に議論されていない.

本論文ではPSOを用いたパラメーター同定手法を説明 すると共に、その結果及び応用性についての議論を行う.

2. パラメーター同定手法

(1) 粒子群最適化手法の概要

パラメーター同定とは、未知係数を決定するための最 小化問題(最適化問題)のことであり、キャリブレー ションとも呼ばれる.一般に、モデルのパラメーター同 定は、その再現精度を目的関数として記述する事で、以下の最適化問題と定義できる.

$$minimize \quad f(\theta) \tag{1}$$

s.t.
$$g_j(\theta) \le 0, \quad j = 1, \dots, q$$
 (2)

ここに, $f(\theta)$:目的関数, θ :パラメーターベクトル, $g(\theta)$:制約条件であり, qは制約条件数である.

最適化問題を解く方法としては、古くは最急降下法から様々な手法が提案されてきている.本研究では、動物や昆虫、魚群の行動にヒントを得て確立された最適化手法である群知能最適化手法を用いる.群知能最適化手法は、GAに代表される様な従来の最適化手法に比して収束速度が非常に速い点が利点として挙げられる.その代表例としては、ACO(Ant Colony Optimization)⁷やPSO等が挙げられるが、本研究ではPSOを用いる.非連続の問題しか扱えないACO手法に対してPSOは連続的な問題に適用可能なため、パラメーター同定に適している.

PSOは、粒子群に於いてグループが発見したベストな 解を共有することにより最適解に収束させる手法である. 二次元空間、三次元空間の実現象から導出された手法で あるが、多次元空間に於いても適用可能である.

(2) 計算手順

PSOの計算手順を説明する.ここでは, n個の粒子群 により,m個のパラメーター同定を行うとして説明を行 う.PSOの基本構造は繰り返し計算であり,各期におい て,全粒子の解析,移動ベクトルの算出,パラメーター ベクトルの更新といった手順をたどる(図-1).以下に具 体的な計算手順を説明する.

a) 初期値の決定

制約条件を満たすn個のパラメーターを, 乱数を用い てm次元空間に発生させる. 初期移動ベクトルについて は, 収束パラメーターに与える影響が小さい事を予備実 験で確認したため, 今回の解析では 0とする.

b) 目的関数値の算出

n個の粒子について解析を行い,目的関数を算出する. なおこれ以後の,各期におけるパラメーター移動量を決 定する移動ベクトルの算出時と,移動ベクトルを用いた パラメーターベクトル更新時の計算負荷は低いため,パ ラメーター同定時間はこの解析時間に依存する.

c) 自己最良解, グループ最良解の算出

n個の粒子それぞれについて、自己最良解(θ*)を算出する.自己最良解とは、それぞれの粒子が試行回数t回の中で算出した目的関数値の中での最良解である.次に、 n個の粒子が持つ各粒子の最良解からグループ最良解 (θ₆*)を算出し、グループ内でその最良解及び最良解を与 えるパラメーターベクトルを共有する.θ*は各粒子がそ れぞれ記憶し、θ₆*はグループ内で共有される.

d)移動ベクトルの算出



図-1 PSO解析手順

各粒子が持つ自己最良解を与えるパラメーターと、グ ループ内で共有されるグループ最良解を与えるパラメー ターから、移動ベクトルを算出する.本研究では、坊原 ら⁸により提案されている、移動速度制約機能と局所ラ ンダム探索機能を追加して計算を行う.各パラメーター の制約条件を飛び出した範囲の物については、ベクトル 反射処理を施す事とする.

$$\vec{ue}_i = c_1 rand \left(\vec{\theta}_i^* - \vec{\theta}_i^t\right)$$
(3)

$$\vec{ug}_i = c_2 rand \left(\vec{\theta}_G - \vec{\theta}_i^{\,i}\right) \tag{4}$$

$$\vec{ur}_i = c_3 \vec{Vr} \tag{5}$$

$$\vec{v}_i = \vec{w} \vec{v}_i + \vec{\mu} \vec{e}_i + \vec{\mu} \vec{g}_i + \vec{\mu} \vec{r}_i$$
(6)

where
$$\left| \vec{v}_{i}^{t} \right| \leq R_{\max}$$
 (7)

$$\vec{\theta}_{i}^{t+1} = \vec{\theta}_{i}^{t} + \vec{v}_{i}^{t}$$
(8)

ここで,ue:各粒子の最良解に向かう移動ベクトル成分,ug:グループの最良解に向かう移動ベクトル成分,

37、 ug. フル ク の 取 民 保に 同 パ フ 移動 ペク トル 成 力, ur., 局所 ランダム 探査 ベクトル, Vr. 平均0分散1の n次 元正規確率変数 ベクトル v:パラメーター移動 ベクトル, Rmax: 探索範囲制約域, rand:(0:1)の乱数である. c, w, Rmaxは, PSO 手法のパラメーターである. PSO と同様に 群知能最適化手法である ACOには,得られた目的関数値 により各粒子の収束速度が上昇するスキームが組み込ま れているが, PSOには組み込まれていない. PSOにおけ る収束速度は, c,wで支配される.

得られた次期パラメーターベクトルを b)目的関数値 の算出 に返す事により繰り返し計算を行う.繰り返し 計算を続けパラメーターベクトルを収束させる事で,パ ラメーターが同定される.

(3) 計算回数

PSOを用いたパラメーター同定を行う際に必要な計算

記号	意味	単位	同定範囲
<i>kh</i> _b	B層の横流出係数	s ⁻¹	(0.0:1.0)
kv_b	B層縦流出係数	s^{-1}	(0.0:1.0)
<i>kh</i> _c	C層の横流出係数	s^{-1}	(0.0:1.0)
kv_c	C層縦流出係数	s ⁻¹	(0.0:1.0)
<i>kh</i> _d	D層の横流出係数	s ⁻¹	(0.0:1.0)
f_i	森林,畑地の流出率	-	(0.3:0.9)
n _i	森林,畑地の等価粗度	$m^{-1/3} s$	(0.005:0.3)
n	河道の等価粗度	$m^{-1/3} s$	(0.0005:0.05)

表-1 同定パラメーター

添え字iは、i=f,cであり、fは森林,cは畑地を表す.

時間は、1粒子の計算時間、粒子数、繰り返し計算数の 積となる.分布型流出モデルに適用する場合、集中型 のモデルに比して、1粒子の計算時間が非常に大きいた め、適当な解を同定するための粒子数と繰り返し計算数 を設定することが重要である.特に粒子数は、少ないほ ど計算時間が少なくすむものの、局所解に陥るリスクが 大きくなるため、パラメーター数に応じて妥当な粒子数 を設定する必要がある.

3. 計算モデルと計算条件

提案するパラメーター同定手法を,分布型流出モデル のパラメーター同定に適用する.流出モデルはHydro-BEAM⁹ (hydrological model for basin environment assessment model)に用い,阿武隈川流域におけるモデル のパラメーター同定を行う.

(1) 適用モデル

モデルの説明を行うが、紙面の制約から詳細な記述に ついては参考文献に譲る. Hydro-BEAMは分布型の流出 モデルであり、表面流出と河道流量はkinematic waveモ デルにより計算され、基底流出は線形貯留法により記述 される. 地表面は森林、畑地、水田、水体、都市の5種 の土地利用に区分され、各土地利用別に流出率や斜面の 等価粗度が変更可能である. 以下では同定パラメーター (表-1)に関係するモデルの数理式を記述する.

斜面系からの直接流出量は, kinematic wave法により 記述される.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = f \cdot r(x, t) \tag{9}$$

ここで,*h*:水深[m],*q*:単位幅流量[m²s⁻¹],*r*:降雨強度 [ms⁻¹],*f*流出率であり,土地利用別に変更可能である.

河道内の河川流量も斜面系と同様に, kinematic wave 法により記述される.

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_{in} \tag{10}$$

$$Q = \alpha A^{m_f} \tag{11}$$



=_? ¤ऽ∩パラメタ_						
x-2130//J/-y-						
記号	値					
W	0.9					
CI	2.0					
C 2	2.0					
C3	0.0001					
R _{max}	0.5					

図-2 1km解像度河道網データ

$$\alpha = \frac{\sqrt{sl}}{n} \left(\frac{m}{2\sqrt{1+m^2}}\right)^{1/3}$$
(12)

ここで, A: 流水面積[m²], Q: 河川流量[m³ s⁻¹], q_{in}: 単位幅横流入量[m² s⁻¹], sl: 河床勾配, n: 河道の等価粗度 [m^{-1/3} s], m: 河道の法面勾配である.

基底流を表現する線形貯留法は以下の式で記述される.

$$\frac{dS_j}{dt} = I_j - O_j \tag{13}$$

$$O_{i} = (kv_{i} + kh_{i})S_{i}$$

$$(14)$$

ここに, S: タンクの貯留高[m], I: タンクへの流入量 [m s⁻¹], kh: 横流出係数[s⁻¹], kv: 縦流出係数[s⁻¹], sin0: 斜 面勾配, O: タンクからの流出量[m s⁻¹]であり, 添字のj はタンクを表す. B,C,D層の3層のタンクを設置する.

(2) 入力データ

河道網データは、GDBD¹⁰により250mで提供されている日本域の落水方向マップから、1km解像度にアップスケーリングを行うことにより作成した(図-2). 気象強制カデータは地域気象観測システム(AMEDAS)及び地上気象観測のデータより作成し、蒸発散量は水文陸面過程モデルSiBUC¹¹により出力されたデータを用いる.

(3) PSOパラメーターと収束条件

PSOパラメーター(表-2)については、既往研究⁴⁰⁸を 参照して決定した.いずれも、推奨されている値や、既 往研究で良好な結果が得られている値である.パラメー ターの収束条件については、繰り返し計算5回の間にグ ループ最適解が更新されなかった場合に、パラメーター が収束していると判断する事とする.

(4) 目的関数

目的関数を変更して予備実験を行い,目的関数の違い を反映可能である事を確認した.同定流量観測点は阿久 津,同定期間は2001年6月から10月であり,相対平均二 乗誤差(以下*CVRMSE*),相対平均誤差(以下*MRE*)を用 いた.定義式は以下である.

$$CVRMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \frac{\sum_{t} \left(Q_{obs}(t) - Q_{sim}(t) \right)^{2}}{\overline{Q_{obs}}^{2}}}$$
(15)

$$MRE = \frac{1}{n} \sum_{t} \frac{|Q_{obs}(t) - Q_{sim}(t)|}{Q_{obs}(t)}$$
(16)

ここで, *Qsim*:解析流量[m³ s⁻¹], *Qots*:観測流量[m³ s⁻¹]で あり,バーは対象期間の平均値を表す. *MREとCVRMSE* を比較した場合,誤差の二乗項を含む*CVRMSE*はピーク 流量の再現性を重視し, *MRE*は低水期の再現性を重視し た指標となる. 共に低い値が精度の高い解析結果となる.

この実験では、両目的関数に対して3パラメーター (kh, kv, kh, o)の同定を行い、同定されたパラメーター による流量解析値の比較を行った(図-3). 黒丸が観測 流量であり、青線がMREに対して同定されたパラメー ターによる解析流量、赤線がCVRMSEに対して同定され た解析流量である. 粒子数を100とし、それぞれ3組の初 期値から収束させたため、MRE(青)、CVRMSE(赤) 共に3本の線が引かれている. 特に図-3(b)からは、 CVRMSE同定による解析流量が、MRE同定による解析流 量に比して、ピーク流量の再現性が高い事が見て取れる. この予備実験より、PSOを用いたパラメーター同定によ り目的関数の違いを表現可能である事が確認された. こ れ以後、本論文中はCVRMSEを目的関数とする.

4. 適用結果と考察

(1) 収束パラメーター

同定パラメーター数が3つの場合(kh_b, kv_b, kh_c)と,6つ の場合(kh_b, kv_b, kh_c, f_b, f_c, n)の実験を行う(表-1).粒子数と 同定する観測地点と同定期間は、3-(4)目的関数変更実験 と同じ条件である.初期パラメーターを10組発生させて 収束させた.同定された計10組のパラメーターのばらつ きを図-4に示す.縦軸は同定されたパラメーターの同定 範囲での正規化値を表し、同一の線でつながれたものが 1組のパラメーターベクトルである.赤は収束パラメー ターによる目的関数*CVRMSE*が0.5以上(以下Psub収束の パラメーター),青は0.5未満のパラメーター(以下 Pbest収束のパラメーター)である.図-4より、タンクの 同定パラメーター(kh_b, kv_b, kh_c)には、大きく2つの群が あるのが分かる.



最適化問題としてみた場合,Pbestのパラメーターが解 析精度の良い結果であり,Psubのパラメーターは精度が 悪い結果となる.2つの群に別れた理由は,Pbestの収束 パラメーターであるkh,kv,の値が制約条件の同定範囲下 限0に非常に近い事が原因であると考えられる.kh,kv, が0の近傍に最適解(Pbest)があるものの,Psubで同定 された範囲に局所最適解(Psub)があり,Pbestの近くに 初期パラメーターベクトルが存在しなかった場合には, Psubに収束したと考えられる.これは,最適解が同定制 約の上限や下限近くに存在し,かつ探索範囲の中央付近 に局所解が存在する場合には,最適パラメーターを見逃 す可能性があると言う事である.

タンクモデルのパラメーターとしてみた場合は、Pbest のパラメーターはB層以下の基底流出が非常に少ないこ とを意味しており、非現実的である.この様に、一見非 現実な解であっても、数学的に最適な解を見つけてしま う危険性もPSO手法は有していると言える.得られる情 報から物理的に妥当な範囲に探索範囲を設定する事が重 要である.Pbestに収束したパラメーターとPsubに収束し たパラメーターによる流量解析結果を図-5に示す.2001 年は同定に用いた年であるが、同定されたパラメーター を2002年、2003年に適用した場合も流量が再現されてい る事が分かる.

図-4(b)での同定されたパラメーターのばらつきを見ると、他のパラメーターに比して、(f_t f_c)のばらつき





(赤は目的関数CVRMSEが0.5以上,青はCVRMSEが0.5未満のパラメーターベクトル)



が大きい事が分かる. この様にばらつきの大きいパラ メーターには、二つの原因があると考えられる. 一点目 は、目的関数値に与える影響が低いため、6次元空間に 於いて影響が高いパラメーター(kh, kv, kv, n) が優先し て同定されたためだと考えられる. 二点目は, 水収支の みを考えた場合、森林・畑地の流出率の大小によりバラ ンスが可能であるためだと考えられる。厳密には森林・ 畑地の粗度が異なるため流出にかかる時間が異なるが、 粗度の違いが結果に与える影響は小さいため,それ以外 のパラメーターも同時に同定した場合にばらつくと考え られる. $(f_t f_c)$ の様に、目的関数への寄与度が低い、 若しくは水収支のバランスが可能なパラメーターについ ては、再度同定する事が良いと考えられる.実際に (kh_b, kv_c, n) を固定し、 (f_t, f_c) のみを収束させる追 試実験を行い、 両パラメーターがばらつきなく同定され る事を確認している.

(2) 同定に必要な計算回数

タンクモデルに関する同定パラメーターが3つの場合 (kh, kv, khc) と5つの場合(kh, kv, khc, kvc, khd),畑地・ 森林・河川の流出率と粗度に関する同定パラメーターが 3つの場合(n, f, fc)と5つの場合(n, f, fc, n, nc)の4実験を 行う(表-1).同定対象パラメーターを変えることで,模 擬的に目的関数への感度が異なる2つの流出モデルのパ ラメーター同定を想定した.同定地点を白河,期間を 2001年8月から9月とする.一回の計算負荷を減らし,4-(1)より多くの粒子数での実験を行うためである.粒子数 を10,25,50,100,250,500とし,それぞれ初期パラメー ターを4組発生させて収束させた.

タンクモデル、5つのパラメーターに関して同定され た計24組のパラメーターのばらつきを図-6に示す. 図の 見方は、図-4と同様である.ただし、粒子数が50以下の 12組と、100以上の12組を別々に図示し、収束している パラメーター (赤線: Pcov) からばらついているものを 青線(Pdiv)で図示している. 粒子数100以上の場合に 比して、粒子数50以下の収束パラメーターのばらつきが 大きい事が分かる.寄与度が同程度の5つまでのパラ メーターを同定する場合、粒子数を100以上に設定すれ ば、ほぼばらつきなく同定可能であると言える.しかし、 粒子数100以上の場合でも青線のベクトル (Pdiv)の様 に、異なる解に収束する可能性があるため、複数の計算 を行うことが必要であろう.一方、タンクモデルの3つ のパラメーターに対して同定を行った場合は、ほぼばら つきなく同定された.畑地・森林・河川の流出率と粗度 に関して同定を行った場合にも同様の結果が得られた.

各粒子実験の際の繰り返し計算数を示す(図-7).各 粒子数4組の実験の平均値と、バーは最大値・最小値を 示している.図-7からは、各粒子実験において収束に必 要な繰り返し回数が概ね変化しないことが分かる.

ところで、最適化において最も重要なのは局所解に陥 らないことであり、局所解に陥るリスクが少ない、最低 限の粒子数を見積もる必要がある。局所解を「同定され たパラメーターによる目的関数値が全24回の実験平均値



表-3 粒子数別の局所解に陥る確率[%]

粉子粉	タンク		流出率・粗度	
小小丁女人	3param.	5 param.	3 param.	5 param.
10	50	75	50	25
25	75	50	0	50
50	25	25	0	25
100	0	0	0	0
250	25	25	0	0
500	25	0	0	0

+σ/2より大きい場合」と定義して、各粒子数の局所解 に陥る確率を算出した(表-3).σ²は分散である.タ ンクパラメーター同定における局所解に陥る可能性が高 いのは、パラメーター感度が高く、多くの局所解が存在 するためだと考えられる.図-7において、タンクパラ メーター同定に要する繰り返し計算数が、流出率・粗度 パラメーター同定に要する計算数より多かったのも、局 所解から抜けるのに数回の試行が必要であった可能性が ある.一方で、同じ粒子数では同定パラメーター数が多 いほど局所解に陥る可能性が高いと考えられるが、タン クパラメーター同定では異なっている.この点は、実験 数を多くして確認する必要がある.

以上の議論を踏まえて、PSO手法によるパラメーター 同定を他の分布型流出モデルに適用する場合を考える. その際には、一般に感度が最も高いと考えられる、タン クパラメーターの同定に要する計算回数を最大値として 見積もれば良いといえる.本実験では、タンクパラメー ターの同定には粒子数100以上、繰り返し計算数が25回 程度であり、総試行回数は2500回という結果が得られた. 一回の試行時間を3分とすると、2500回の計算に要する 時間は5日程度であり、十分に実行可能である.タンク パラメーターの感度はモデル・流域・同定期間によって 異なるが、オーダーとしては変わらないと考えられるた め、今回の結果は一つの指標となりうる.また、粗度や 流出率など、感度の低いパラメーターの同定では、要す る繰り返し計算数が少なくなると考えられる.

5. 結論

本研究では粒子群最適化手法PSOを用いた分布型流出 モデルのパラメーター同定を行った.得られた知見をま とめると以下の様になる.

・PSOを用いたパラメーター手法の定式化を行った.目 的関数変更実験では、目的関数に応じたパラメーター同 定が可能である事を示した.

- ・目的関数への寄与度の高いパラメーターが優先されて 同定される事が分かった.そのため、寄与度の低いパラ メーターは、再度同定計算を行う方が望ましい.
- ・PSOによるパラメーター同定を行う場合、感度の最も

高いタンクパラメーターの同定に要する計算回数を最大 値として見積もる必要がある.本研究から、5つ程度の パラメーターの同定に、粒子数100以上、繰り返し計算 数25回程度が必要との指標を得た.ただし、局所解に収 束する可能性があり、複数の計算を行う事が必要である.

本研究では、観測値を再現する様なパラメーターの同 定を行ったが、パラメーター同定は観測情報と、同定パ ラメーターの関係法則を見つける上でも重要な作業であ る.例えば、今回同定したタンクのパラメーターは、土 壌物性に支配されるはずである.観測点のある場所で複 数の実験を行い、グローバルプロダクトから得られる土 壌物理データと同定パラメーターとの関係を見つけ、水 文貧観測地域に適用する、といった応用を検討している.

参考文献

- Melanie Mitchell, Stephanie Forrest and J. H. Holland. The royal road for genetic algorithms, Proceedings of the First European Conference on Artificial Life, Vol1001-1, pp.245-254, 1992.
- 田中丸治哉. タンクモデル定数の大域的探索,農業土木学 会論文集, Vol.178, pp103-112, 1995.
- Duan, Q. Sorooshian, S. and Gupta V.K. Effective and efficient global optimization for conceptual rainfall-runoff models, *Water Resources Letters*, Vol.28, pp1015-1031, 1992.
- 多田毅. PSO アルゴリズムによる流出モデルパラメータの最適化,水文・水資源学会誌, Vok.20-5, pp.450-461, 2007.
- 5) 藤原洋一,田中丸治哉,畑武志,多田明夫.進化戦略に よる流出モデル定数の最適同定,農業土木学会論文集, Vol.227, pp.119-129,2003.
- James Kennedy and Russsell Eberhart. Particle Swarm Optimization, Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks, pp1942-1948, 1995.
- Marco Dorigo and Gianni Di Caro. Ant Algorithm for Discrete Optimization, Artificial Life, Vol.5-2, pp.137-172, 1999.
- 5) 坊原尚記,作田健,香月智,嶋丈示. PSOを用いた鋼製
 防えん堤の最適断面設計,土木学会論文集,A-62, pp.681-692, 2006.
- 小尻利治,東海明宏,木内陽一.シュミレーションモデル での流域環境評価手順の開発,京都大学防災研究所年報, 第41 号B-2, pp119-134,1998.
- Yuji Masutomi, Yusuke Inui, Kiyoshi Takahashi and Yuzuru Matsuoka. Development of highly accurate global polygonal drainage basin data, Hydrological Processes, Vol:7186-23, pp.572-584, 2009.
- Kenji Tanaka. Development of the new land surface scheme SiBUC commonly applicable to basin water management and numerical weather prediction model, doctoral dissertation, Kyoto University, 2004.

(2011.9.30受付)